

大伙房水库鲢鳙的生长及生长模型

严朝晖 史为良

(大连水产学院, 116024)

提 要 根据灰色系统理论,建立了拟合鱼类生长的灰色动态生长模型,并应用这一模型和一般VBGF及特殊VBGF拟合了大伙房水库鲢鳙的体长生长和体重生长。这三个模型拟合鲢的体长生长的残差平方和分别是7.77、8.56、1815.9,拟合鲢的体重生长的残差平方和分别是0.07、0.15、53.88,拟合鳙的体长生长的残差平方和分别是2.47、5.49、2295.3,拟合鳙的体重生长的残差平方和分别为1.05、0.72、140.0。结果表明,灰色动态生长模型具有最好的拟合效果,并且这一模型没有其它一些生长模型那样多的假设前提,具有更广泛的应用范围。

关键词 鲢,鳙,生长,生长模型,灰色系统,水库

鱼类生长的定量描述是自本世纪初以来一直广泛研究的课题。至今,很多学者从生理学和数学角度提出了不同形式的生长模型,一些国内外学者对此作了较详尽的归纳[Carlander, 1987; 费鸿年、张诗全, 1990]。这些模型中真正用于描述鱼类生长的只有 Verhulst 模型、von-Bertalanffy 模型(VBGF)和 Gompertz 模型。由于 Beverton 和 Holt[1957]的杰出工作,使 VBGF 得到了最广泛的应用。后来,尽管一些学者指出 VBGF 作为定量描述鱼类生长模型存在一些问题[里克, 1980年汉译本; Knight, 1968; Pauly, 1979; Yamaguchi, 1975],甚至有学者建议停止应用 VBGF[Roff, 1980],但由于 VBGF 应用广泛、影响深远,至今仍为不少学者选用。近年来, Pauly[1979, 1981, 1982]对 VBGF 作了重大修正,把经典的 VBGF 称为特殊 VBGF,把修正后的模型称为一般 VBGF,并认为经典的 VBGF 是一般 VBGF 的特例。

关于鲢(*Hypophthalmichthys molitrix*)、鳙(*Aristichthys nobilis*)的生长定量描述已有许多报道[秦克静等, 1976; 阮景荣, 1986; 陈马康等, 1984; 李思发等, 1990; Li 等, 1990],这些工作都是以特殊 VBGF 作为基础模型的。至今,国内还未见有应用除特殊 VBGF 以外的模型来描述内陆水域鱼类生长的先例。我们根据水库鲢、鳙鱼类生长过程的“灰色性”,应用灰色动态模型建立了拟合鱼类生长的灰色动态生长模型,并且用于拟合大伙房水库鲢、鳙的生长,获得了比用特殊 VBGF 和一般 VBGF 更好的拟合效果。

1 材料和方法

1991年5月到10月,每月采集拖网和深水网箔渔获物样本,采集标本1386尾,其中鲢838尾、鳙548尾,并分别称重、测量体长和采集鳞片,鳞片5—10片取自侧线上方背鳍下方,放入鳞片袋内保存并作好记录。对体重超过6.0 kg 的部分鱼,取胸鳍第一鳍条,用作年龄鉴定的辅助材

料。

用鳞片鉴定年龄时,取3—5片置于盛有清水的培养皿中洗净,擦干后于XTB-1型江南解剖镜或Olympus显微镜低倍镜下观察,确认鳞片两后侧区具对称“切割点”为年轮标志,鳞径和轮径用目微尺测量,有一部分鳞片未测量鳞径,仅供鉴定年龄,划分渔获物年龄组。高龄鱼用鳍条作辅助鉴定,在鳍条基部锯一截3 mm厚的鳍条,磨到厚约1.0 mm,在二甲苯中浸泡10分钟后,置于解剖镜下计数年轮数。

大伙房水库鲢、鳙鳞片年轮形成时期在以前的工作中已作过深入研究(张建华, 1991), 4—9月是年轮的形成时期,一般低龄鱼早于高龄鱼。如果全年的渔获物样本按年轮数统计,同一世代的鱼可能被划分成两个年龄组。因此,我们不计新成年轮,对生长的分析依据世代统计。

2 基本数据

2.1 体长和体重关系

Taylor公式普遍用来表示鱼类体重和体长关系,表达式为:

$$W = aL^b$$

我们随机抽取样本中487尾鲢和205尾鳙的体长和体重资料,应用自编程序上机运行,得到两种鱼体长和体重关系式如下:

$$\text{鲢: } W = 3.0152 \times 10^{-5} L^{2.9003}, (r = 0.7682, n = 487),$$

$$\text{鳙: } W = 3.4710 \times 10^{-5} L^{2.8881}, (r = 0.8102, n = 205).$$

鲢、鳙各龄鱼的退算体重值将可根据退算体长计算得到。

2.2 体长、体重退算

自本世纪初来,很多学者提出了依据鳞片资料退算鱼类体长的模型[Bagenal 和 Tesch, 1978],依据我们前期工作的结果, $L = a + bS$ 的退算值与实际值最相符(a, b 为辩证参数, L 为退算体长, S 为轮径)。

我们根据这一模型,把计算过程编成计算机程序,应用所测得的体长、鳞径、轮径数据,以及体长和体重关系式,在Arche Master 386微机上运行,得到1991年鲢、鳙渔获物样本各世代鱼的退算体长,结果分别列于表1和表2。

根据鲢、鳙体重与体长的关系式,利用各龄鱼的体长退算资料即可推算各龄鱼的退算体重。

3 鱼类生长灰色动态模型的推导

灰色系统理论自八十年代提出,至今已有了很大发展,在很多领域得到广泛应用。灰色系统理论为定量描述和分析一些信息不完全系统提供了一些有效方法[邓聚龙, 1985]。

鱼类的生长除了受遗传因素决定外,还受很多环境因素的影响。我们的一些工作已证实了

(1)张建华,1991.大伙房水库鲢、鳙的生长及其与环境因子的关系.硕士学位论文,大连水产学院。

这些(将另文发表)。由于鱼类生长过程的复杂性和环境因素对生长影响的随机性,欲从生理学和数学的理论上推导出符合鱼类实际生长的模型是一件很困难的事情,除非在很多特定的假设前提条件下,这也是至今尚未得出一个令人满意的生长模型的原因。

表1 大伙房水库鲢体长(cm)推算资料

Table 1 Back calculated body length (cm) of silver carp in Dahuofang Reservoir

世代	年龄	样本数	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	L ₆	L ₇
1990	I +	71	15.31						
1989	I +	209	14.46	32.03					
1988	II +	156	13.25	31.40	42.45				
1987	IV +	123	14.55	30.97	41.36	52.48			
1986	V +	28	13.92	31.73	42.76	51.33	58.61		
1985	VI +	11	13.28	32.46	41.63	50.12	57.68	63.44	
1984	VII +	6	12.34	31.66	40.83	49.21	56.47	64.84	69.88
均值	—	—	13.87	31.71	41.81	50.79	57.59	64.14	69.88

表2 大伙房水库鳊体长(cm)推算资料

Table 2 Back calculated body length (cm) of bighead carp in Dahuofang Reservoir

世代	年龄	样本数	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	L ₆	L ₇
1990	I +	37	19.3						
1989	I +	46	18.3	34.8					
1988	II +	72	15.5	33.3	47.3				
1987	IV +	37	15.4	29.6	46.7	58.2			
1986	V +	26	14.5	29.1	41.4	52.8	66.1		
1985	VI +	21	14.6	36.0	45.9	55.4	65.8	72.1	
1984	VII +	7	11.2	32.4	44.5	56.0	64.5	71.7	76.2
均值	—	—	15.5	32.5	45.2	55.6	65.5	71.9	76.2

由于不可能完全了解鱼类生长过程的全部信息。因此,我们可以把鱼类的生长过程看成是一个灰过程。设在时间区域[t_0, t_n],从 $t_0 \rightarrow t_1, t_1 \rightarrow t_2, \dots, t_{n-1} \rightarrow t_n$,每一时间间隔内鱼的生长增量分别为 $G_{(1)}^{(0)}, G_{(2)}^{(0)} \dots G_{(n)}^{(0)}$ 。一般认为鱼类的生长是终身增长的[童裳亮, 1988]。因此,这一序列可以认为是一非负序列。

对 $G_{(1)}^{(0)}, G_{(2)}^{(0)} \dots G_{(n)}^{(0)}$ 作AGO生成,得到序列 $G_{(1)}^{(1)}, G_{(2)}^{(1)} \dots G_{(n)}^{(1)}$ 。这两个序列满足具有微分方程内涵序列的条件(满足定义4.20)[邓聚龙, 1990]。由此可得到GM(1,1)的微分方程:

$$\frac{dG^{(1)}}{dt} + a \otimes (G^{(1)}) = u, \quad (a, u \text{ 为参数}),$$

上式的时间响应式为:

$$\hat{G}_{(t+1)}^{(1)} = (G_{(1)}^{(0)} - u/a)\exp(-at) + u/a \dots \dots \quad (1)$$

(1)式中, $\hat{G}_{(t+1)}^{(1)}$ 是鱼类在时间[0, $t+1$]生长增量的累加值,所以 $\hat{G}_{(t+1)}^{(1)}$ 表示的就是鱼类在 $t+1$ 时刻的体长(体重)值。对 $\hat{G}_{(t+1)}^{(1)}$ 作IAGO生成,即得到 $G_{(t+1)}^{(0)}$ 的估计值。

如果我们令在 $t+1$ 时刻鱼类的体长或体重为 G_{t+1} ,把 $\hat{G}_{(t+1)}^{(1)}$ 看成是 G_{t+1} 的白化值,则得

到鱼类生长的一白化方程：

$$G_{t+1} = (G_{(1)}^{(0)} - u/a)\exp(-at) + u/a \dots\dots (2)$$

对(2)式求导，一阶导数为：

$$\frac{dG_{t+1}}{dt} = -a(G_{(1)}^{(0)} - u/a)\exp(-at),$$

二阶导数为：

$$\frac{d^2G_{t+1}}{dt^2} = a^2(G_{(1)}^{(0)} - u/a)\exp(-at),$$

设 $a > 0, u > 0$ 时, $\frac{dG_{t+1}}{dt} > 0$, 则(2)式在 $t \in [0, \infty]$ 总是单调增加的, 这一点正符合鱼类生长规律。二阶导数 $\frac{d^2G_{t+1}}{dt^2} < 0$, 表明函数在区间 $[0, \infty]$ 为一凸的曲线。在 $t \rightarrow \infty$ 时, $G_{t+1} = \frac{u}{a}$ 。若 $a < 0, u > 0$ 时, 有 $\frac{dG_{t+1}}{dt} > 0, \frac{d^2G_{t+1}}{dt^2} > 0$, 表明(2)式在区间 $[0, \infty]$ 为单调增加的内凹的曲线。

比较这两种情况, 前一种类型更符合体长生长规律, 而后一种情况则更符合体重生长规律。

在(1)式和(2)式中, 参数 a 称为发展系数, 它反映 $\hat{G}_{(1)}^{(0)}$ 和 G_{t+1} 的发展态势。 a 值越大, 表明 $\hat{G}_{(1)}^{(0)}$ 和 G_{t+1} 趋向于 u/a 的速度越快。由此, 我们可以认为 a 是衡量鱼类生长速度的指标。参数 u 称为灰作用量, 是通过辨识, 从鱼类生长资料中得到的一值, 它反映数据的变化关系, 即鱼类生长的遗传学和生理学特性, 也反映外界环境因子和人为因素对生长影响的程度。如果用(2)式拟合鱼类整个生命周期的生长, G_{t+1} 或 u/a 可以认为是鱼类生长的极限体长或体重值。如果是拟合阶段或季节性生长, u/a 即为这一阶段或季节生长趋势所能达到的最大体长或体重值。

(1)式和(2)式中参数可用最小二乘法估计, 邓聚龙[1985]中已详细给出。

4 鲢、鳙生长拟合结果与讨论

我们根据灰色动态生长模型, 特殊 VBGF 和一般 VBGF 的参数估计方法, 编制计算机程序, 输入表1和表2中鲢、鳙体长退算值, 在 Arche Master 386 微机上运行, 得到各拟合方程中的参数估计值、拟合残差平方和以及 VBGF 中可导出的生长拐点年龄。一般 VBGF 中的 D 值(表面因子), 按 Pauly[1981]给出的公式计算:

$$D = b[1 - (0.674 + 0.03571gW_{\max})]$$

式中: b 为体重-体长关系式的指数, W_{\max} 为所记录到的最大个体体重, 用克作单位。在我们的调查记录中, 鲢的最大个体重 12.20 kg, 鳙为 17.85 kg, 由此计算得到鲢、鳙的 D 值分别为 0.522 和 0.503。三个拟合大伙房水库鲢、鳙生长的模型如下(用 L 表示体长, W 表示体重, t 表示年龄):

灰色动态生长模型:

$$\text{鲢: } L_{t-1} = 84.88 - 71.01\exp(-0.2540t),$$

$$W_{t-1} = 4.70\exp(0.1477t) - 4.64.$$

$$\text{鳙: } L_{t-1} = 96.06 - 80.56\exp(-0.2337t),$$

$$W_{t-1} = 18.85\exp(0.0912t) - 18.75。$$

特殊 VBGF:

$$\begin{aligned} \text{鲢: } L_t &= 83.70[1 - \exp(-0.2629(t - 0.3210))], \\ W_t &= 11.37[1 - \exp(-0.2629(t - 0.3210))]^3。 \\ \text{鳙: } L_t &= 95.87[1 - \exp(-0.2358(t - 0.2778))], \\ W_t &= 18.35[1 - \exp(-0.2358(t - 0.2778))]^3。 \end{aligned}$$

一般 VBGF:

$$\begin{aligned} \text{鲢: } L_t &= 73.85[1 - \exp(-0.8361(t + 0.1571))]^{1.6522}, \\ W_t &= 7.91[1 - \exp(-0.8361(t + 0.1571))]^{2.9663 \times 0.122}。 \\ \text{鳙: } L_t &= 85.33[1 - \exp(-0.7622(t + 0.1235))]^{1.6503}, \\ W_t &= 13.11[1 - \exp(-0.7622(t + 0.1235))]^{2.8881 \times 0.503}。 \end{aligned}$$

以上生长模型对大伙房水库鲢、鳙的拟合结果分别列于表3和表4。

表3 大伙房水库鲢生长的拟合结果

Table 3 Results of fitted back calculated increments for silver carp by varied growth models in the reservoir

年龄	推算体长 cm	GDGM cm	特殊 VBGF cm	一般 VBGF cm	推算体重 kg	GDGM kg	特殊 VBGF kg	一般 VBGF kg
I ⁻	13.87	13.87	13.68	29.55	0.06	0.06	0.05	0.56
II ⁻	31.71	29.84	29.87	52.31	0.68	0.81	0.52	2.91
III ⁻	41.81	42.19	42.31	64.08	1.52	1.68	1.47	5.24
IV ⁻	50.79	51.74	51.88	69.53	2.67	2.68	2.71	6.64
V ⁻	57.59	59.12	59.24	71.96	3.85	3.85	4.03	7.34
VI ⁻	64.14	64.82	64.89	73.03	5.26	5.20	5.30	7.66
VII ⁻	69.88	69.28	69.24	73.49	6.74	6.76	6.44	7.80
S ²	—	7.77	8.56	1815.9	—	0.07	0.15	53.88

表4 大伙房水库鳙生长的拟合结果

Table 4 Results of fitted back calculated increments for bighead carp by varied growth models in the reservoir

年龄	推算体长 cm	GDGM cm	特殊 VBGF cm	一般 VBGF cm	推算体重 kg	GDGM kg	特殊 VBGF kg	一般 VBGF kg
I ⁻	15.5	15.5	15.0	28.4	0.10	0.10	0.07	0.55
II ⁻	32.5	32.3	32.0	55.0	0.81	1.33	0.68	3.69
III ⁻	45.2	45.6	45.4	70.4	2.09	2.68	1.95	7.51
IV ⁻	55.6	56.1	56.0	78.2	3.81	4.17	3.66	10.18
V ⁻	65.5	64.4	64.4	81.9	6.12	5.79	5.56	11.67
VI ⁻	71.9	71.0	71.0	83.7	7.995	7.57	7.45	12.42
VII ⁻	76.2	76.2	77.6	84.6	9.46	9.52	9.22	12.78
S ²	—	2.47	5.49	2295.3	—	1.05	0.72	140.0

根据特殊 VBGF 的各项参数计算大伙房水库鲢、鳙体重生长的拐点年龄分别是4.5⁻龄和

5.0⁺龄；依一般 VBGF 计算，大伙房水库鲢、鳙体长生长的拐点年龄分别是1.5⁺龄和1.8⁺龄，体重生长的拐点年龄分别是3.8⁺龄和4.4⁺龄。

从表3和表4的拟合结果分析，灰色动态生长模型比特殊 VBGF 和一般 VBGF 对大伙房水库鲢、鳙生长拟合具有更好拟合效果，并且灰色动态生长模型简化了 VBGF 的一些假设前提，具有比 VBGF 更广泛的应用范围，这一模型还可用于鱼类季节性生长的拟合，也适用于渔业资源模型。本文中一般 VBGF 的拟合精度比特殊 VBGF 差，可能与一般 VBGF 中 D 值的决定有关。

查健祿教授审阅本文数学推算过程，特致谢忱。严朝晖同志现调入广东汕头鲢鳙集团公司工作。

参 考 文 献

- [1] 邓聚龙, 1985. 灰色控制系统, 293-343. 华中理工大学出版社(武汉)。
- [2] ——, 1990. 灰色系统理论教程, 175-264. 华中理工大学出版社。
- [3] 阮景荣, 1986. 武汉东湖鲢、鳙生长的几个问题研究. 水生生物学报, **10**(3):252-264。
- [4] 陈马康等, 1984. 钱塘江几种经济鱼类的生长研究. 生态学报, **4**(2):181-187。
- [5] 李思发等, 1990. 长江、珠江、黑龙江鲢、鳙草鱼种质资源的研究, 1-96. 上海科学出版社。
- [6] 费鸿年、张诗全, 1990. 水产资源学, 1-320. 中国科学技术出版社(京)。
- [7] 里克, W. E. (费鸿年、袁蔚文译), 1980. 鱼类种群生物统计量的计算和解析, 153-159. 科学出版社(京)。
- [8] 秦克静等, 1976. 从清河水库鲢、鳙鱼的年龄和生长探讨提高鱼产量的途径. 动物学杂志, (3)30-33。
- [9] 童寰亮, 1988. 鱼类生理学, 12-66. 科学出版社(京)。
- [10] Bagenal, T. B. and F. W. Tesch, 1978. Age and Growth. pp. 101-136, In T. Bagenal (ed), IBP Handbook No. 3, Methods for assessment of fish production in fresh waters (3rd eds), Blackwell Scientific Publications, Oxford.
- [11] Beverton, R. J. H. and S. J. Holt, 1957. On the dynamics of exploited fish population, *U. K. Min. Agric. Fish. Invest. (Ser. 2)*, **19**:1-533.
- [12] Carlander, K. D., 1987. A history of scale age and growth studies of north American freshwater fish, pp. 3-14. In Summerfelt, R. C. and G. E. Hall (ed), Age and growth of fish, Iowa State University Press, Ames, Iowa, U. S. A.
- [13] Knight, W., 1968. Asymptotic growth. An example of nonsense disguised as mathematics. *J. Fish. Res. Bd. Can.*, **25**:1303-1307.
- [14] Li, S. F. *et al.*, 1990. The yield and growth of major fish species in a large Chinese Reservoir. *Asian Fish. Sci.*, (3):185-196.
- [15] Pauly, D., 1979. Gill size and temperature as governing factors in fish growth; a generalization of von Bertalanffy's growth formula. *Ber. Inst. Meeresk. Univ. Kiel*, No. 63, 156 pp.
- [16] ——, 1981. The relationships between gill surface area and growth performance in fish; A generalization of von Bertalanffy's theory of growth. *Meeresforsch.*, **28**(4):251-282.
- [17] ——, 1982. Standing species dynamics in tropical multispecies context, pp. 33-70. In Pauly, D. and G. I. Murphy (ed), Theory and management of tropical fisheries, Conference Proceedings 9, Manila, The Philippines.
- [18] Roff, D. A., 1980. A motion for the retirement of the von Bertalanffy function. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, **37**:127-129.
- [19] Yamaguchi, M., 1975. Estimating growth parameter from growth rate data. *Oecologia*(Berlin), **20**:321-332.

GROWTH AND GROWTH MODELS OF SILVER CARP AND BIGHEAD CARP IN DAHUOFANG RESERVOIR

Yan Zhaohui and Shi Weiliang

(Dalian Fisheries College, 116024)

ABSTRACT A new model to fit growth of fish is established in the light of grey systemic theory. The formula of grey dynamic growth model (GDGM) is as follows:

$$G_{t+1} = (G_{(1)}^{(0)} - u/a)\exp(-at) + u/a.$$

GDGM, specialized VBGF and generalized VBGF were used for fitting the body length and weight growth of silver carp (*Hypophthalmichthys molitrix*) and bighead carp (*Aristichthys nobilis*) in Dahuofang Reservoir. The sums of residual squares were compared with one another. Based on the results, GDGM is the best precise model to fit the growth and GDGM can be used more extensively because of less hypothetic term than others.

KEYWORDS silver carp, bighead carp, growth, growth model, grey system, reservoir